

我是8位的

I am 8 bits, what about you?

随笔 - 205, 文章 - 0, 评论 - 103, 阅读 - 101万

导航

博客园
首页
新随笔
联系
订阅
管理

2022年3月						
日	一	二	三	四	五	六
27	28	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9

公告

你的支持是我的动力
欢迎关注微信公众号“我是8位的”



昵称：我是8位的
园龄：4年7个月
粉丝：288
关注：5
+加关注

盖楼抽奖

#她的梦想在发光#

HWD科技女性故事有奖征集

分享最打动的科技女性故事

活动时间：2022年3月8日-3月18日

马上参与



搜索

找找看

谷歌搜索

常用链接

我的随笔
我的评论
我的参与
最新评论
我的标签

积分与排名

积分 - 457199
排名 - 1199

多变量微积分笔记18——连通区域

设R是一区域，若属于R内任一简单闭曲线的内部都属于R，则称R为单连通区域。更通俗地说，单连通区域是没有“洞”的区域，多连通区域是有“洞”的区域。

格林公式的有效性

通过上章的内容，我们知道格林公式有两种表达：

$$\oint_C (Mdx + Ndy) = \iint_R \underbrace{\text{curl}(\vec{F})}_{\text{旋度}} dA = \iint_R (N_x - M_y) dA$$
$$\oint_C (Mdy - Ndx) = \iint_R \underbrace{\text{div}(\vec{F})}_{\text{散度}} dA = \iint_R (M_x + N_y) dA$$

尽管物理意义不同，但数学上是相同的，都是把线积分转换为R区域的双重积分。格林公式的成立有个前提条件——向量场需要在R区域处处有定义，更严格地说是F和其导数在R区域处处有定义。如果有一点在向量场中没有定义，就不能简单地使用格林公式，例如：

$$\vec{F} = \frac{-y\vec{i} + x\vec{j}}{x^2 + y^2}$$
$$\text{let } x = \cos\theta, y = \sin\theta$$
$$N_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{x^2 + y^2} \right) = \frac{dx}{d\theta} \frac{d}{dx} \left(\frac{\cos\theta}{\cos^2\theta + \sin^2\theta} \right) = -\sin\theta \cos\theta$$
$$M_y = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{-y}{x^2 + y^2} \right) = \frac{dy}{d\theta} \frac{d}{dy} \left(\frac{-\sin\theta}{\cos^2\theta + \sin^2\theta} \right) = -\sin\theta \cos\theta$$
$$\text{curl}(\vec{F}) = N_x - M_y = 0$$

F在除原点以外都有意义，且在任意位置旋度都为0。如果在原点处也有定义，这将是保守场。此时有两种情况，曲线包围了原点和曲线在原点之外：

随笔分类 (211)

- ★★资源下载★★(1)
- Java并发编程(1)
- 程序员的数学(24)
- 单变量微积分(31)
- 多变量微积分(24)
- 概率(24)
- 机器学习(27)
- 软件设计(1)
- 数据分析(6)
- 数据结构与算法(27)
- 随笔(5)
- 线性代数(34)
- 项目管理(2)
- 转载(4)

随笔档案 (205)

- 2021年2月(1)
- 2020年3月(2)
- 2020年2月(6)
- 2020年1月(4)
- 2019年12月(7)
- 2019年11月(15)
- 2019年9月(3)
- 2019年8月(6)
- 2019年7月(1)
- 2019年6月(8)
- 2019年5月(3)
- 2019年4月(5)
- 2019年3月(7)
- 2019年2月(3)
- 2019年1月(7)
- 更多

阅读排行榜

- 1. 使用Apriori进行关联分析 (一) (29768)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (28772)
- 3. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(24430)
- 4. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(23099)
- 5. 多变量微积分笔记3——二元函数的极值(22772)

评论排行榜

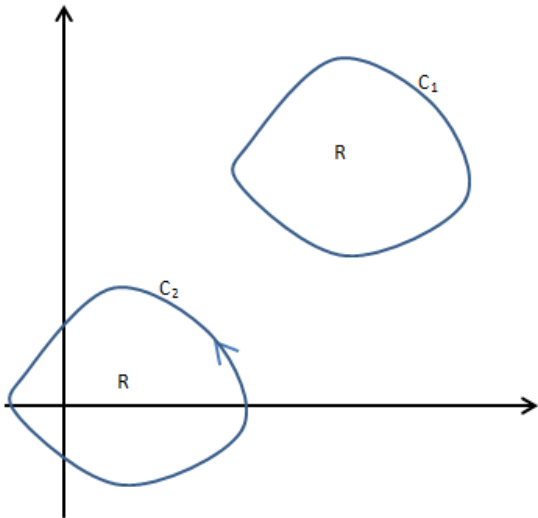
- 1. 隐马尔可夫模型 (一) (8)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (7)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(5)
- 5. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(4)

推荐排行榜

- 1. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(7)
- 2. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (6)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集 (二)——发现频繁项集(5)
- 5. 隐马尔可夫模型 (一) (5)

最新评论

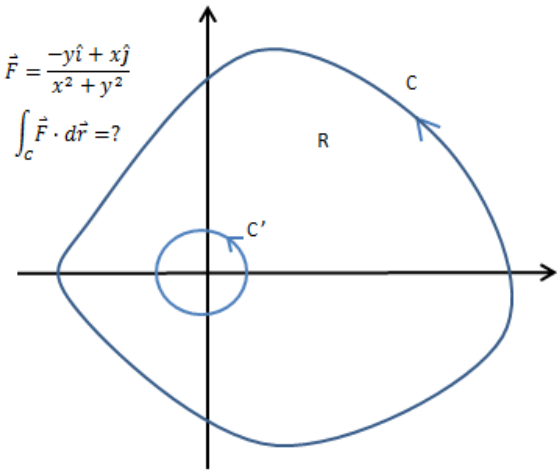
- 1. Re:线性代数笔记3——向量2 (点积)
如果点积小于0，即夹角小于90°，这个写错了吧。应该是夹角大于90°
--猫猫猫猫猫大人



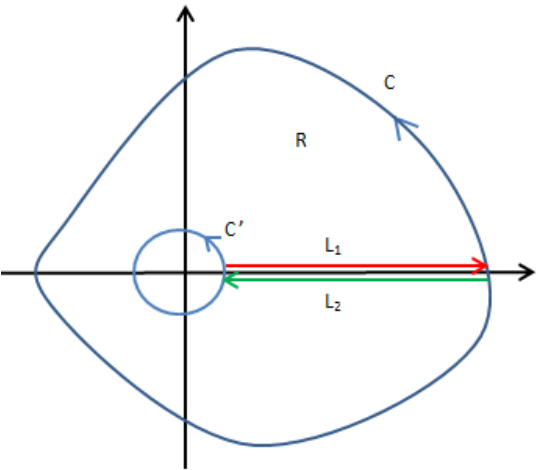
其中C₁是独立路径，它的线积分是0；但是C₂只能使最原始的线积分计算。

格林公式的扩展

如果在C₂的上挖去原点，那么新的R区域就又满足了格林公式，此时如何计算线积分？



如果将连条曲线用两个方向相反的向量链接起来，C和C’ 就变成了互相联通的一条曲线，如下图所示：



点从C’ 上的一点出发，经过L₁走到C，最后经过L₂回到C’，完成路径的遍历，其中L₁和L₂由于方向相反而互相抵消。所以，R区域的线积分相当

2. Re:线性代数笔记10——矩阵的LU分解写的很好，不过LU分解的前提是错的，LU分解只需要第三个条件，如果允许行置换就是下面写到的PLU，可以分解所有矩阵

--wiki3D

3. Re:单变量微积分笔记20——三角替换1 (sin和cos)很nice

--尹保棕

4. Re:线性代数笔记24——微分方程和exp(At)有些图片挂了呢

--ccchendada

5. Re:寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程提个issue，最速降线中\$ v = \{2gh\}^{1/2}\$ 与配图不一致，建议以起点为原点，向右伸出x轴，向下伸出y轴建立坐标系

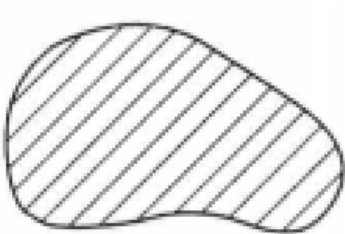
--trustInU

于新连通曲线的线积分：

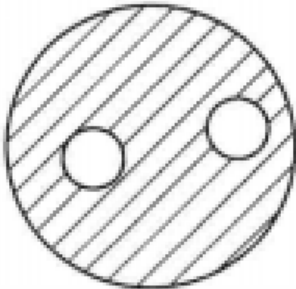
$$\oint_C \hat{F} \cdot d\hat{r} - \oint_{C'} \hat{F} \cdot d\hat{r} = \iint_R \text{curl}(\vec{F}) dA = 0$$

连通区域

上一节的R区被称为多连通区域，与之相对的是单连通区域。通俗地说，单连通区域是没有“洞”的区域，多连通区域是有“洞”的区域，这个洞必须在R上：



单连通区域



多连通区域

如果在连通区域的R上向量场处处有定义且处处可导，就可以使用格林公式或其扩展形式。

作者：我是8位的

出处：<http://www.cnblogs.com/bigmonkey>

本文以学习、研究和分享为主，如需转载，请联系本人，标明作者和出处，非商业用途！

扫描二维码关注公众号“我是8位的”



随笔

分类：[多变量微积分](#)

标签：[单连通区域](#), [多连通区域](#)

好文要顶

关注我

收藏该文





我是8位的

关注 - 5

粉丝 - 288

+加关注

« 上一篇: [概率笔记4——重要公式](#)

» 下一篇: [多变量微积分笔记19——直角坐标系和柱坐标系下的三重积分](#)

posted on 2018-05-14 19:22 我是8位的 阅读(3018) 评论(0) 编辑 收藏 举报

[刷新评论](#) [刷新页面](#) [返回顶部](#)

 登录后才能查看或发表评论, 立即 [登录](#) 或者 [逛逛](#) [博客园首页](#)

【推荐】[华为 HWD 2022 故事征集](#), 分享最打动你的科技女性故事
【推荐】[华为开发者专区](#), 与开发者一起构建万物互联的智能世界



广告 X

针对亚州优化的高速
梯子

bitznet.app

>

编辑推荐:

- 革命性创新, 动画杀手锏 @scroll-timeline
- 戏说领域驱动设计 (十二) —— 服务
- ASP.NET Core 6框架揭秘实例演示[16]: 内存缓存与分布式缓存的使用
- .Net Core 中无处不在的 Async/Await 是如何提升性能的?
- 分布式系统改造方案 —— 老旧系统改造篇

#她的梦想在发光#

HWD科技女性故事有奖征集

活动时间: 2022年3月8日-3月18日



最新新闻:

- 乔布斯的创业搭档: 他缺乏工程师才能, 不得不锻炼营销能力来弥补
- 美国大厂码农薪资曝光: 年薪18万美元, 够养家, 不够买海景房
- 两张照片就能转视频! Google提出FLIM帧插值模型
- Android 再推 “杀手级” 功能, 可回收 60% 存储空间
- 溺在理财暴雷潮的投资人: 本金63万, 月兑25元不够卖菜

» 更多新闻...

Powered by:
[博客园](#)
Copyright © 2022 我是8位的
Powered by .NET 6 on Kubernetes